



SUCESIONES NUMÉRICAS. ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

Una Sucesión es una relación, $S: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$. Se simboliza a_n ; se lee “a sub n” e indica el número real del ordenamiento en la posición n

Una **sucesión** es un conjunto de números reales dados ordenadamente de modo que se puedan numerar: primero, segundo, tercero...etc.

Los elementos de la sucesión se llaman **términos** y se suelen designar mediante una letra con subíndice. El subíndice de cada elemento indica el lugar que ocupa en la sucesión: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \dots a_n$

Se llama **término general** de una sucesión y se simboliza con a_n , a la expresión que representa un término cualquiera de esta. No todas las sucesiones poseen término general.

Actividad 1

- Escribir los 6 primeros términos de la sucesión sabiendo que el término general es $a_n = n^2 + 1$ ($n \in \mathbb{N}$)
- Escribir los 5 primeros términos de la sucesión sabiendo que el término general es $b_n = \frac{(-1)^n}{n}$ ($n \in \mathbb{N}$)
- Escribir los 6 primeros términos de la sucesión sabiendo que el término general es $c_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ es par} \\ 1 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$
- Escribir los 4 primeros términos de la sucesión sabiendo que el término general es $d_n = 5 \quad \forall (n \in \mathbb{N})$
- Escribir los 7 primeros términos de la sucesión sabiendo que $e_1 = 9$ y $e_n = e_{n-1} + 2$

Actividad 2

Dados los términos generales de cuatro sucesiones numéricas, hallar para cada una, los 6 primeros términos.

a_n	$\frac{n}{n+1}$	$3n + 1$	$\frac{1}{2^{n-1}}$	$(-1)^n \cdot n$
a_1				
a_2				
a_3				
a_4				
a_5				
a_6				

Actividad 3

- Averiguar el criterio con el que se ha formado cada sucesión, añadir dos términos más y encontrar su término general.

a) 2, 5, 8, 11, ...	c) 1, 4, 9, 16, ...	e) 1, 3, 5, 7, 9, ...	g) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32} \dots$
b) 2, 4, 8, 16, ...	d) 8, -4, 2, -1, 1/2, ...	f) -1, 2, -3, 4, -5, ...	h) $2; \frac{1}{2}; \frac{2}{9}; \frac{1}{8}; \frac{2}{25} \dots$

- Para entrenar para una carrera, un deportista empieza corriendo 3 km, y aumenta cada día 1,5 km el recorrido ¿Cuántos días debe entrenar para llegar a un recorrido de 21 km?

c) Dada $a_n = \left\{ \frac{2}{9}; \frac{2}{27}; \frac{2}{81}; \frac{2}{343}; \dots \right\}$

- Hallar el término general
- Hallar a_{10}



SUCESIONES ARITMÉTICAS

Una sucesión **aritmética** es una sucesión en la que se pasa de cada término al siguiente sumando un mismo número (positivo o negativo), al que se llama razón (**r**), de la sucesión. Para saber si una sucesión es aritmética, debemos comprobar que siempre la diferencia $a_n - a_{n-1} = r$.

El término general de una sucesión aritmética está dado por la fórmula:

$$a_n = a_1 + r \cdot (n - 1)$$

La suma $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ de los **n primeros términos** de una sucesión aritmética es $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

El problema que consiste en intercalar varios términos entre dos dados, se denomina **interpolación**. Los términos hallados o interpolados se llaman medios aritméticos.

Actividad 4

- a) Escribir las siguientes sucesiones y calcular la suma de todos sus términos

$$a) \begin{cases} a_1 = 9 \\ r = 13 \\ n = 7 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} a_1 = 17 \\ r = -8 \\ n = 6 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} a_1 = -2 \\ r = \frac{1}{2} \\ n = 8 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} a_1 = 3 \\ r = -\frac{3}{4} \\ n = 7 \end{cases}$$

- b) Calcular la suma de los siguientes números:

b.1) Los cien primeros números naturales

b.2) Los ochenta primeros números naturales pares

b.3) Los cincuenta primeros múltiplos naturales de 3

b.4) Los múltiplos de 4 entre 90 y 170.

- c) Calcular el término que ocupa el lugar 100 de una S.A. cuyo primer término es igual a 4 y la razón es 5.

d) El décimo término de una S.A. es 45 y la razón es 4. Hallar el primer término

e) Sabiendo que el primer término de una sucesión aritmética es 4, $r = 7$ y el término n-ésimo 88, halla el número de términos.

f) El término sexto de una S.A. es 4 y la razón $1/2$. Hallar el término 20.

g) Interpola cuatro medios aritméticos entre los números 7 y 27.

h) Calcula la suma de los múltiplos de 59 comprendidos entre 1000 y 2000.

i) Halla el primer término de una S.A. y la razón, sabiendo que $a_3 = 24$ y $a_{10} = 66$

j) Hallar el primer término de una sucesión de 12 términos sabiendo que los dos últimos términos son 76 y 79,5 en el orden dado.

k) Hallar el primer término de una sucesión de 17 términos sabiendo que el noveno y el decimocuarto término son 93 y 128, respectivamente.

l) Una sucesión aritmética tiene 8 términos. El primer término más el cuarto es igual a $11/12$ y el primero más el quinto es igual a $7/6$. Calcular la razón y armar la sucesión.

m) Sabiendo que el séptimo y el octavo término de una sucesión son 36 y 54, respectivamente, y que el último es 126, hallar el número de términos de la misma.

n) Sabiendo que el tercero, octavo y último término de una sucesión son 39, 139 y 179, respectivamente, ¿cuántos términos tiene la misma?

o) Hallar la suma de todos los números impares de dos cifras.

p) Hallar la suma de todos los números naturales pares de dos cifras.

q) Hallar la suma de todos los números naturales impares desde 37 hasta 83, incluidos estos números.

r) Hallar la suma de todos los números naturales pares desde 28 hasta 76, incluidos estos números.



SUCESIONES GEOMÉTRICAS

Una sucesión **geométrica** es una sucesión en la que se pasa de cada término al siguiente multiplicando un mismo número (positivo o negativo), al que se llama razón (**q**), de la sucesión. Para saber si una sucesión es geométrica, debemos comprobar que siempre el cociente $\frac{a_n}{a_{n-1}} = q$

El término general de una sucesión geométrica está dado por la fórmula:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

La suma $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ de los **n primeros términos** de una sucesión geométrica es $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

El problema que consiste en intercalar varios términos entre dos dados, se denomina **interpolación**. Los términos hallados o interpolados se llaman medios geométricos o proporcionales.

Actividad 5

- Calcula el término undécimo de una sucesión geométrica cuyo primer término es igual a 1 y la razón es 2.
- El quinto término de una S.G. es 81 y el primero es 1. Halla los cinco primeros términos de dicha sucesión.
- Si el tercer término de una sucesión geométrica es 5 y el sexto término es -40, hallar el octavo término.
- En una sucesión geométrica se sabe que el término decimoquinto es igual a 512 y que el término décimo es igual a 16. Halla el primer término y la razón.
- Halla la suma de los diez primeros términos de la S.G: 3, 6, 12, 24,...
- En una sucesión geométrica de primer término 7 y razón 2, un cierto término es 28672. ¿Qué lugar ocupa dicho término?
- Si el tercer término de una S.G. es 5 y el sexto término es -40, hallar el octavo término.
- En una sucesión geométrica de razón 2, el primer término es 3 y el último, 768. Calcular la cantidad de términos.
- En una sucesión geométrica, $a_7 = \frac{64}{81}$ y $q = \frac{2}{3}$. Calcular el primer término y el término general.
- En una sucesión geométrica el primer término es 625 y el tercer término es 400. Calcula la razón.
- Encuentra el primer término y escribe el término general de la progresión geométrica en que $a_3 = 3$ y $q = 1/10$
- Los dos primeros términos de una sucesión geométrica son $a_1 = 250$ y $a_2 = 300$. Calcular r, a_6 y a_n .
- En la sucesión geométrica 5, 10, 20, ..., ¿qué término vale 640?
- Interpolar 3 medios geométricos entre 5 y 3125.
- 4 medios geométricos entre -7 y -224.
- 5 medios geométricos entre 128 y 2.
- 4 medios geométricos entre $41/2$ y $16/27$
- Hallar la suma de los 5 primeros términos de: 6, 3, $3/2$
- 6 primeros términos de: 4, -8, 16,...
- 7 primeros términos de: 12, 4, $4/3$
- 10 primeros términos de: $1/4$, $1/2$, 1,.....

Problemas de sucesiones aritméticas o geométricas

- En un teatro, la primera fila dista del escenario 4,5 m, y la octava, 9,75 m.
 - ¿Cuál es la distancia entre dos filas?
 - ¿A qué distancia del escenario está la fila 17?
- La dosis de un medicamento es 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los siguientes. El tratamiento dura 12 días. ¿Cuántos miligramos debe tomar el enfermo durante todo el tratamiento?
- Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición cada cuarto de hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de 6 horas?
- La población de un cierto país aumenta generalmente un 1,12% anual. Si la población actual es de 3 millones, ¿cuál será de aquí a 10 años?
- Una máquina envasadora pierde cada año un 15% de su valor. Si ha costado \$ 200.000, ¿cuál será su valor de aquí a 5 años?